Universidad Nacional de San Luis
Fac. Cs. Físico-Matemáticas y Naturales
Departamento de Física

APUNTES DE FISICA

Para Alumnos de las Carreras:

Analista Químico
Tecnicatura Univ. en Esterilización
Tecnicatura Univ. en Laboratorios Biológicos
Tecnicatura Univ. en Seguridad e Higiene en el Trabajo

Capítulo 5

Hidrodinámica:
Fluidos en movimiento

Fluidos en movimiento

Vamos a estudiar fluidos en movimiento, llamado **dinámica de fluidos** o **hidrodinámica** (si el fluido es agua).

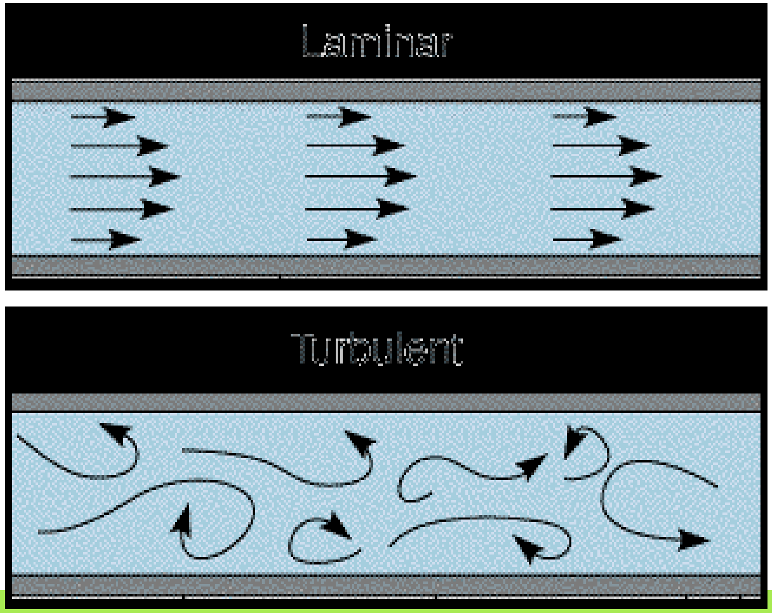
Fluidos en movimiento

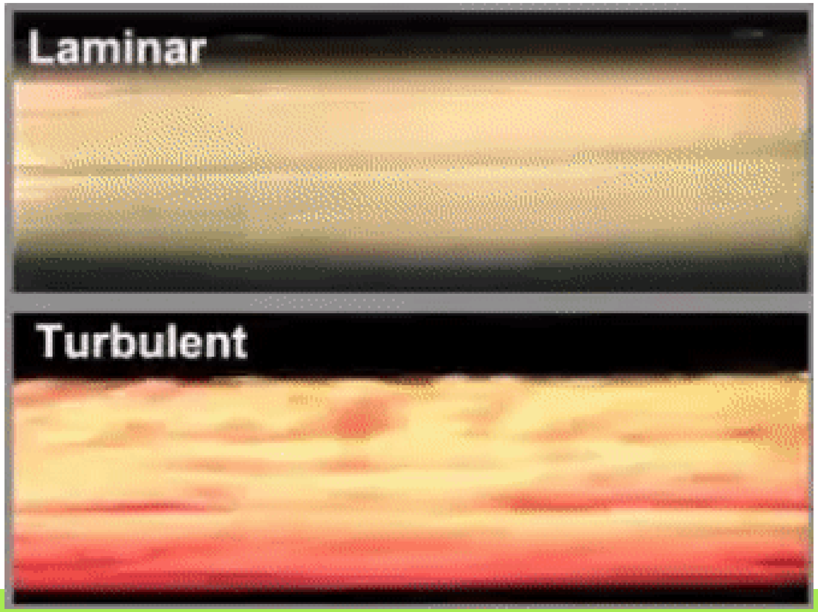
Podemos distinguir dos tipos principales de flujo

- Si el **flujo es suave,** de manera que las capas vecinas del fluido se deslizan entre sí suavemente, se dice que el flujo es **aerodinámico** o **laminar (en capas)**.

En este tipo de flujo, cada partícula del fluido sigue una trayectoria uniforme, llamada **línea de flujo**.

- El **flujo turbulento** se caracteriza por torbellinos pequeños y erráticos llamados *remolinos*.





Características de un Fluido ideal

Para el estudio de la dinámica de fluidos vamos a considerar las siguientes simplificaciones:

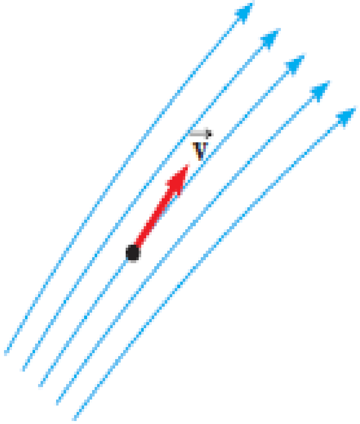
1. **El fluido no es viscoso.**

En un fluido no viscoso, se desprecia la fricción interna o resistencia al flujo, de un fluido.

2. El flujo es estacionario.

Significa que la velocidad, densidad y presión en cada punto del fluido no cambian con el tiempo.

Línea de corriente: es una línea imaginaría en el interior de un fluido en movimiento. La tangente a una línea de corriente en un punto da la dirección y sentido de la velocidad del fluido en dicho punto.



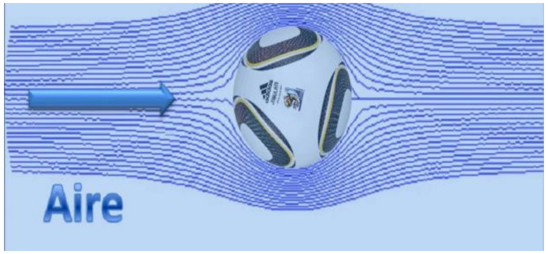
Características de un Fluido ideal

3. El fluido es incompresible.

La densidad de un fluido incompresible es constante (ρ = cte).

4. El fluido se mueve sin turbulencia (laminar).

No puede haber corrientes turbulentas presentes en el fluido en movimiento. Una pequeña rueda colocada en el fluido tendría movimiento de traslación, pero no de rotación.



Un fluido que satisface estas condiciones se considera como **Fluido Ideal.**

Caudal

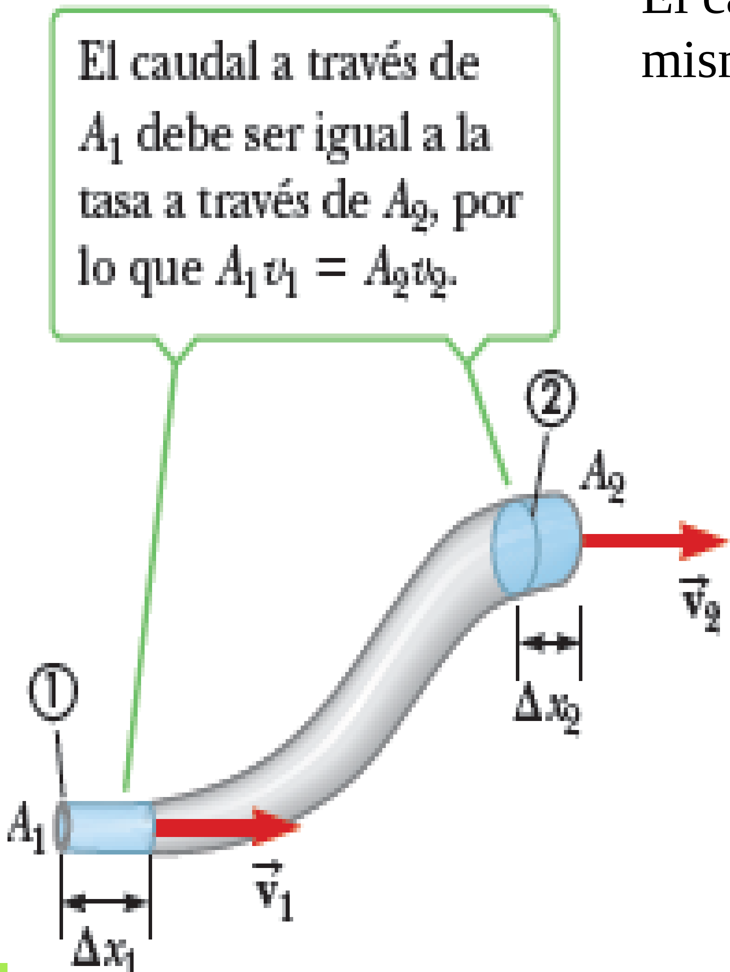
Definimos caudal, ***Q,*** al volumen de fluido por unidad de tiempo que atraviesa una sección de la tubería.

$$\boxed{Q = \frac{V}{\Delta t}}$$

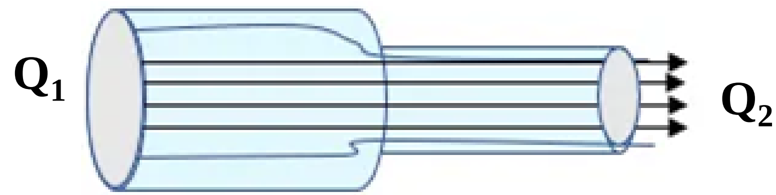
$$[Q] = \frac{m^3}{s}$$

Ecuación de Contininuidad

Si no hay perdidas de fluido dentro de un tubo uniforme, la masa de fluido que entra en un tubo en un tiempo dado debe ser igual a la masa que sale del tubo en el mismo tiempo (por la conservación de la masa).



El caudal $\mathbf{Q_1}$ a la entrada de la tubería debe ser el mismo que el caudal $\mathbf{Q_2}$ a la salida de la tubería.



$$V_1 = A_1\Delta x_1 \Rightarrow Q_1 = \frac{V_1}{\Delta t} = \frac{A_1\Delta x_1}{\Delta t} = A_1v_1$$

$$V_2 = A_2\Delta x_2 \Rightarrow Q_2 = \frac{V_2}{\Delta t} = \frac{A_2\Delta x_2}{\Delta t} = A_2v_2$$

$$Q_1 = Q_2$$

$$\boxed{A_1v_1 = A_2v_2}$$

El producto del área transversal por la velocidad del fluido es constante.

Ecuación de Continuidad

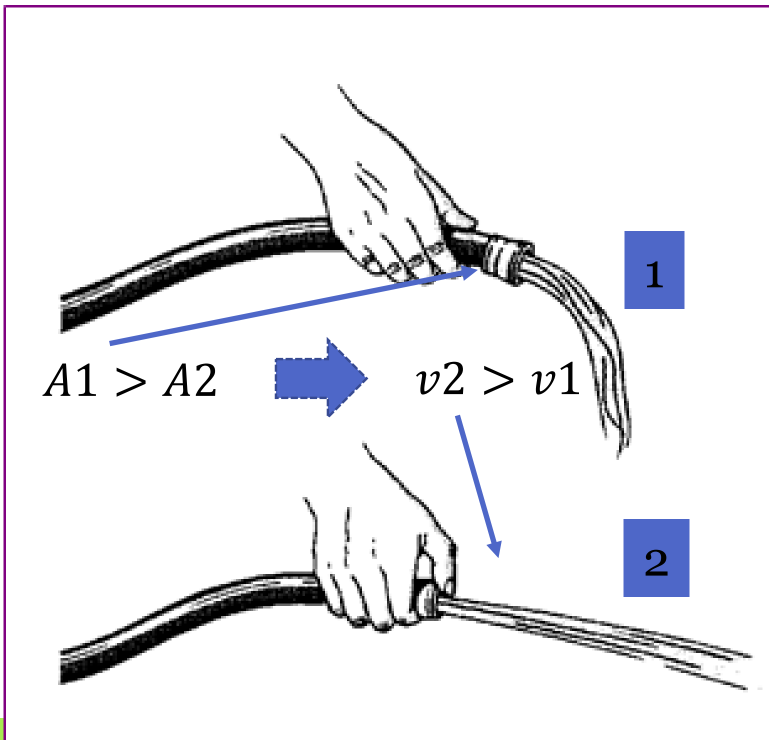
Ecuación de Contininuidad

La velocidad del agua que se rocía desde el extremo de una manguera de jardín aumenta conforme el tamaño de la abertura disminuye con el pulgar.

El ancho del chorro se reduce a medida que cae el agua y se acelera de acuerdo con la ecuación de continuidad.

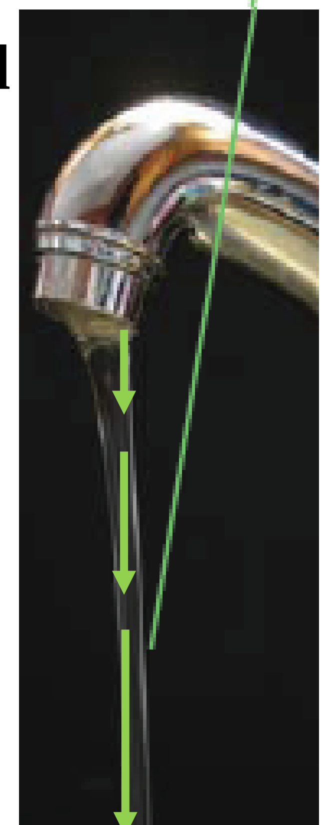
Ecuación de Continuidad

$$\boxed{A_1 v_1 = A_2 v_2}$$



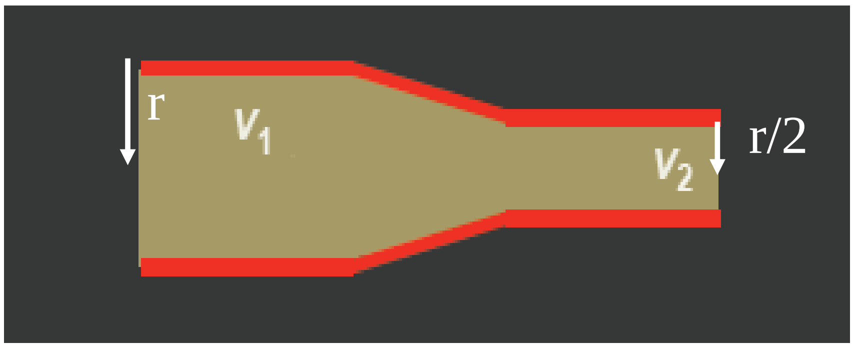
La velocidad aumenta
Entonces el área disminuye

$$v^2 = v^2{}_0 + 2gy$$



Ecuación de Contininuidad

Un líquido fluye a través de una tubería de radio r, la cual está conectada a otra tubería cuyo radio es la mitad. Cómo es la velocidad v_2, del fluido en la tubería de radio $r/2$, comparada con la velocidad v_1, en la tubería de radio r:



① un cuarto

② la mitad

③ igual

④ el doble

⑤ cuatro veces

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

$$\pi r^2 v_1 = \pi \left(\frac{r}{2}\right)^2 v_2$$

$$\cancel{r^2} v_1 = \frac{\cancel{r^2}}{4} v_2 \Rightarrow 4v_1 = v_2$$

Ecuación de Bernoulli

La conservación de energía, o el teorema general trabajo-energía, nos lleva a otra relación muy general para el flujo de fluidos.

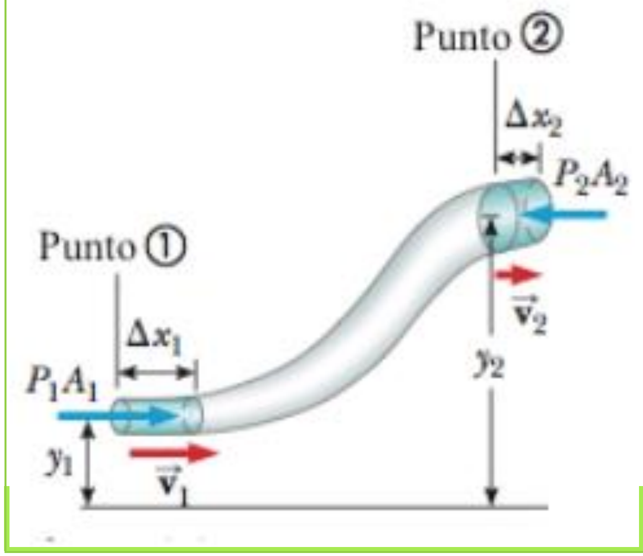
$$W_{neto} = \Delta K + \Delta U$$

$$F_1 \Delta x_1 - F_2 \Delta x_2 = (\frac{1}{2} m {v_2}^2 - \frac{1}{2} m {v_1}^2) + (mgy_2 - mgy_1)$$

$$P_1 \underbrace{A_1 \Delta x_1}_{V} - P_2 A_2 \Delta x_2 = \frac{1}{2} m ({v_2}^2 - {v_1}^2) + mg(y_2 - y_1)$$

siendo $\rho = m/V$, ➡ $m = V\rho$

$$P_1 \cancel{V} - P_2 \cancel{V} = \frac{1}{2} \cancel{V} \rho ({v_2}^2 - {v_1}^2) + \cancel{V} \rho g (y_2 - y_1)$$



$$P_1 + \frac{1}{2} \rho {v_1}^2 + \rho g y_1 = P_2 + \frac{1}{2} \rho {v_2}^2 + g \rho y_2$$

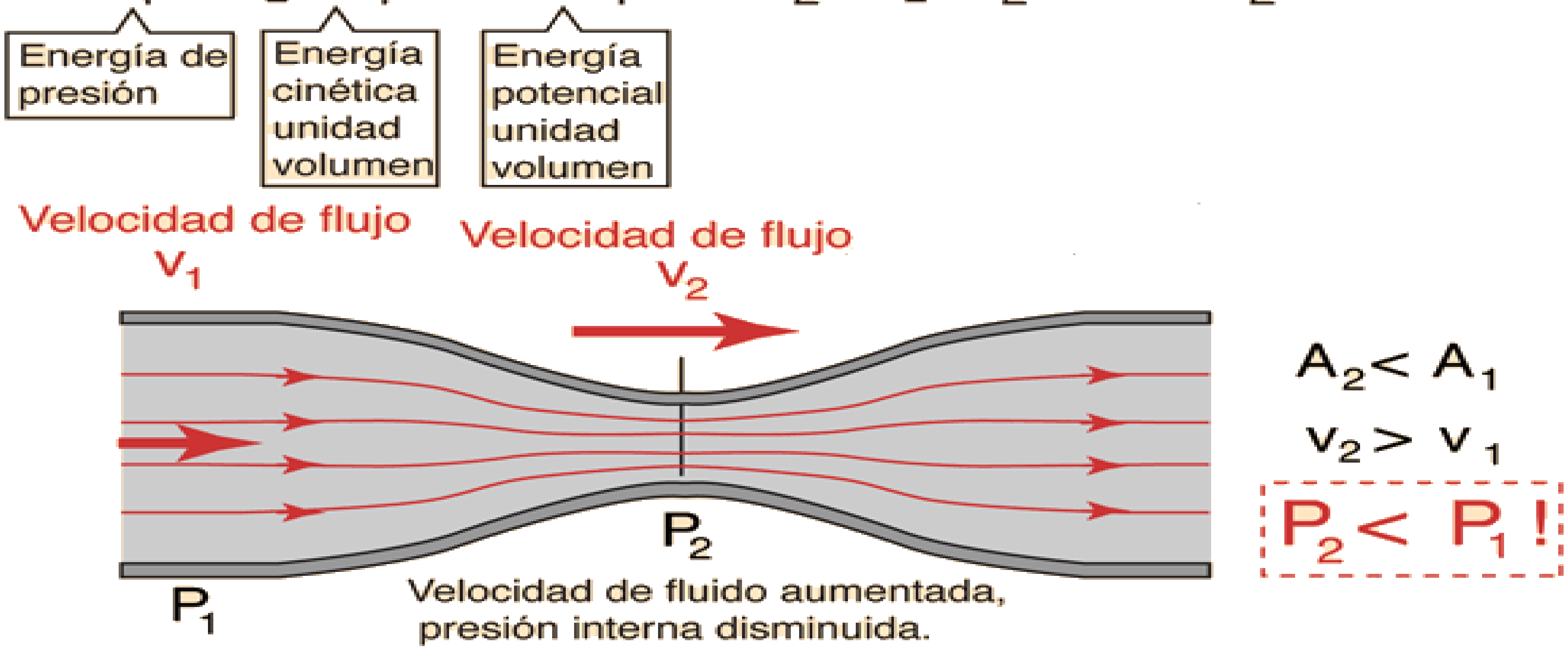
$$\boxed{P + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g y = \text{constante}}$$ **(Ec. de Bernoulli)**

Ecuación de Bernoulli

La **ecuación de Bernoulli** establece que la **suma** de la **presión** $\boldsymbol{P}$, la energía cinética por unidad de volumen, $\frac{1}{2}\boldsymbol{\rho v^2}$ y la energía potencial por unidad de volumen, $\boldsymbol{\rho g y}$, tiene el **mismo valor** en todos los puntos a lo largo de una línea de corriente.

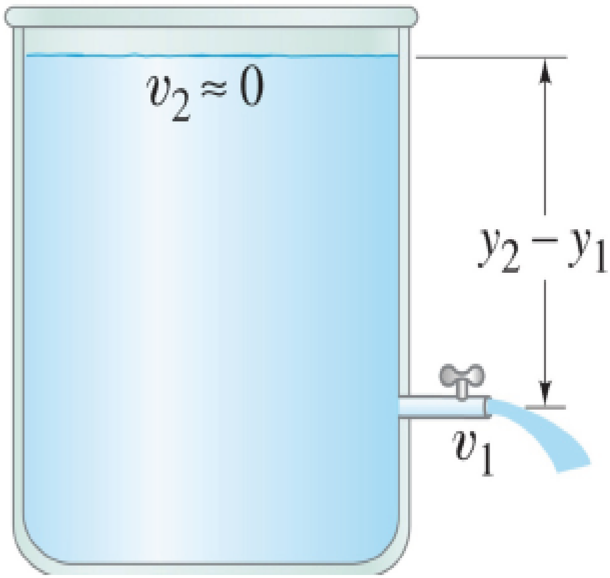
Energía por unidad de volumen antes = Energía por unidad de volumen después

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2$$



Ecuación de Bernoulli: Teorema de Torricelli

Aplicaciones



Calcular la velocidad de un líquido saliendo de una canilla en el fondo de un recipiente. Utilizando el principio de Bernoulli:

$$\cancel{P_1} + \frac{1}{2}\rho {v_1}^2 + \rho g y_1 = \cancel{P_2} + \cancel{\frac{1}{2}\rho {v_2}^2} + g\rho y_2$$

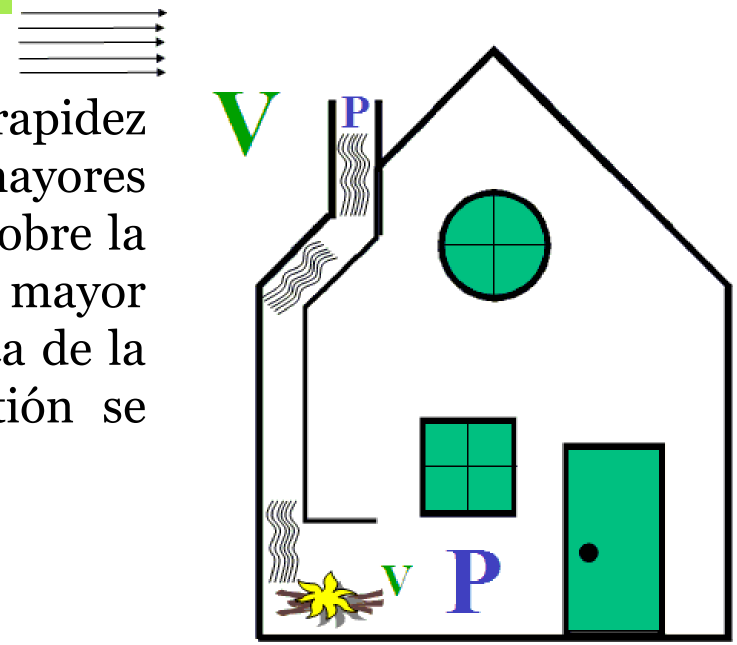
$$\left\{ \begin{array}{l} P_1 = P_2 = Pa_{tmosférica} \\ v_2 = 0 \end{array} \right.$$

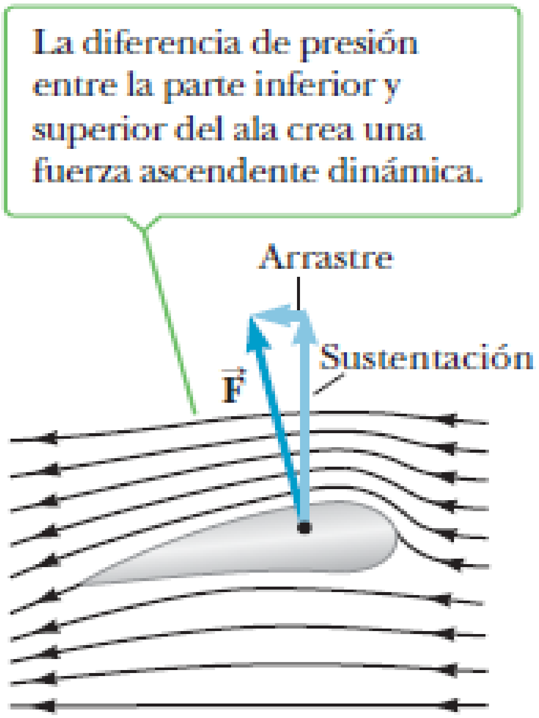
$$\frac{1}{2}\rho {v_1}^2 + \rho g y_1 = g\rho y_2 \quad \Rightarrow \quad \boxed{v_1 = \sqrt{2g(y_2 - y_1)}}$$

Teorema de Torricelli

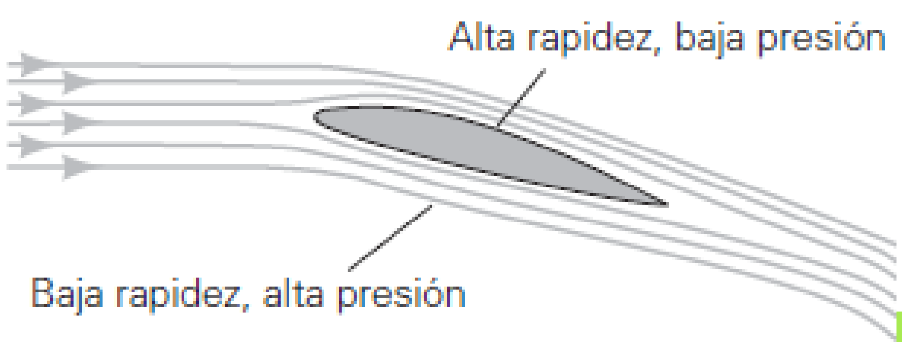
Ecuación de Bernoulli

Las chimeneas son altas para aprovechar que la rapidez del viento es **mas constante** y **elevada** a mayores alturas. Cuanto mas rápidamente sople el viento sobre la boca de una chimenea, mas baja será la presión, y mayor será la diferencia de presión entre la base y la boca de la chimenea. Esto hace que los gases de combustión se extraigan mejor.





Sustentación de aviones



Ecuación de Bernoulli

Experiencia:

Si se sostienen dos tiras de papel con las manos como se muestra en la figura y se sopla entre ellas.

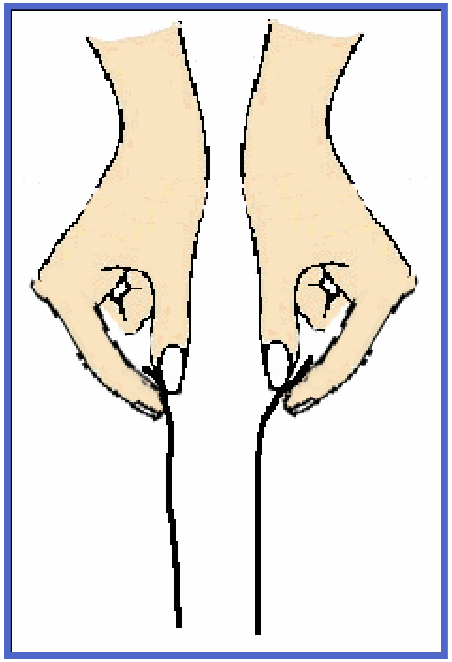
¿Qué piensa qué pasará?

(a) Se separarán

(b) Se juntarán

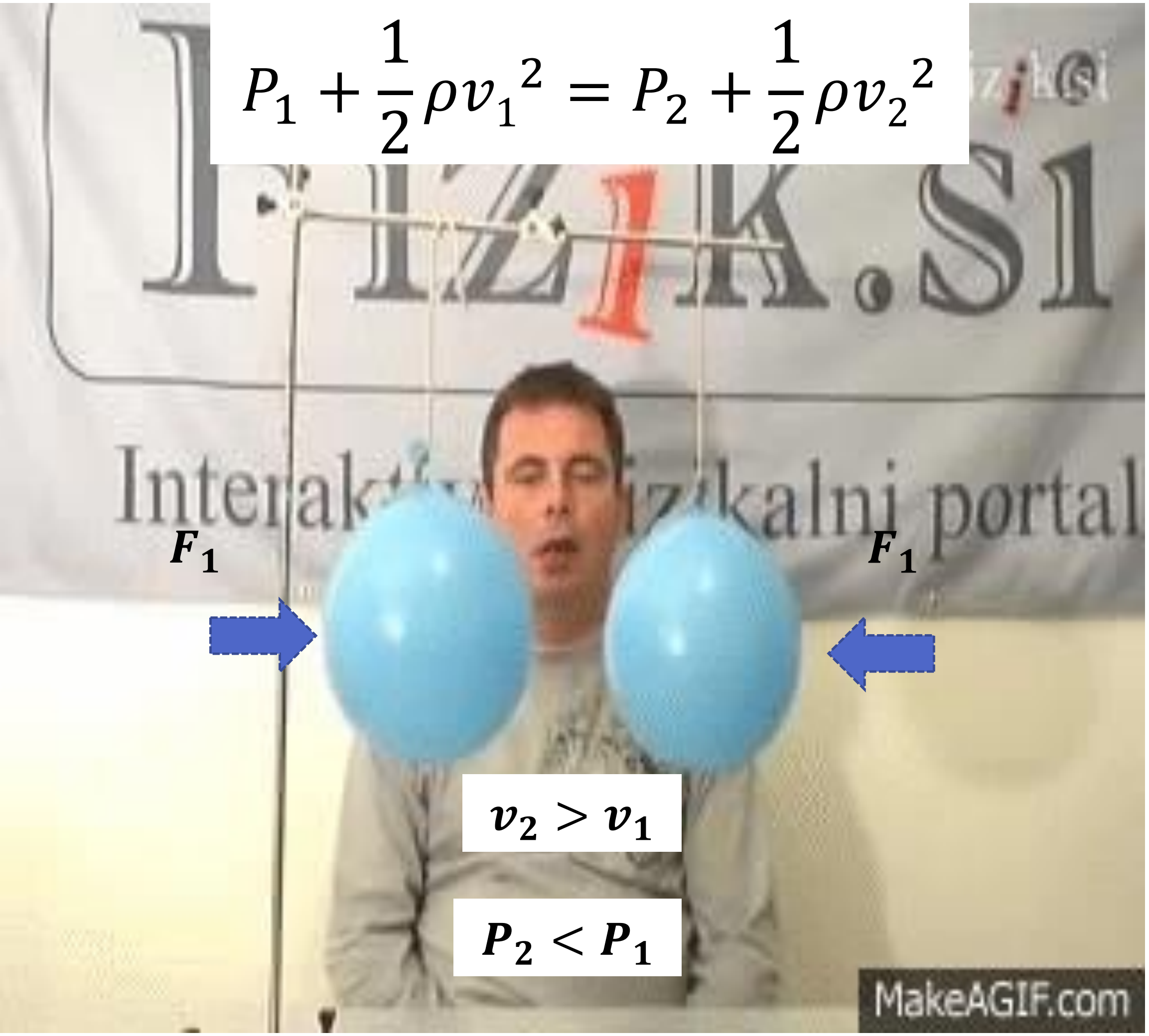
(c) No pasa nada

Explique lo sucedido.



Ecuación de Bernoulli

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho {v_1}^2 = P_2 + \frac{1}{2}\rho {v_2}^2$$



Viscosidad

Todos los fluidos reales tienen una resistencia interna al flujo, o **viscosidad**, que puede verse como fricción entre las moléculas del fluido.

La viscosidad existe tanto en líquidos como en gases, y es esencialmente una **fuerza de fricción** entre **capas adyacentes de fluido** cuando éstas se mueven una con respecto a la otra.

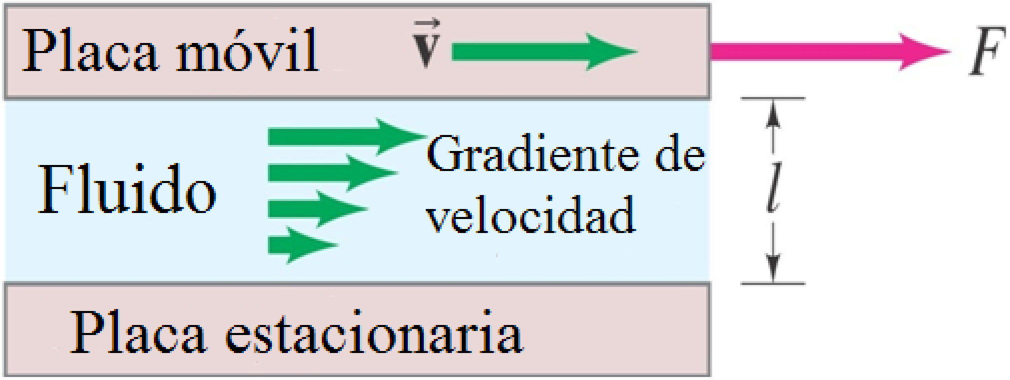
En los líquidos, la viscosidad se debe a fuerzas de cohesión de corto alcance; en los gases, se debe a los choques entre las moléculas.

Viscosidad

Sea un fluido contenido entre dos placas de área ***A***, separadas una distancia ***l***. Sea *v* el módulo de la velocidad de la placa superior (móvil) respecto de la inferior (placa estacionaria).

Para mover la placa superior se requiere de una fuerza, la cual es:

$$F \propto v A / l$$



Mientras más viscoso es el fluido, mayor es la fuerza requerida. Entonces:

$$\boxed{F = \eta A \frac{v}{l}}$$

Donde η es el coeficiente de viscosidad.

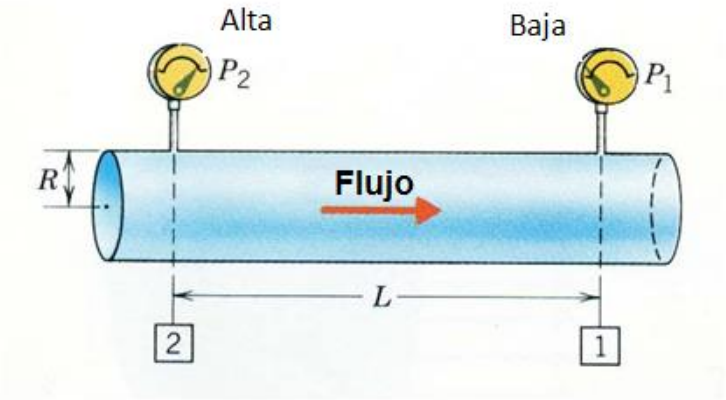
$\eta = Fl / vA$

En el SI, su unidad es: $[\eta]$ = **Pa.s**

Viscosidad: Flujo en tubos

Supongamos un fluido con las siguientes características:

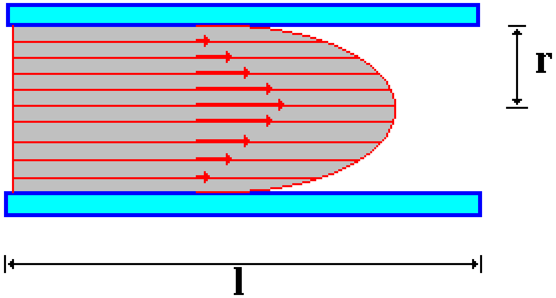
- ✓ Incompresible
- ✓ **Viscoso**
- ✓ Flujo Laminar

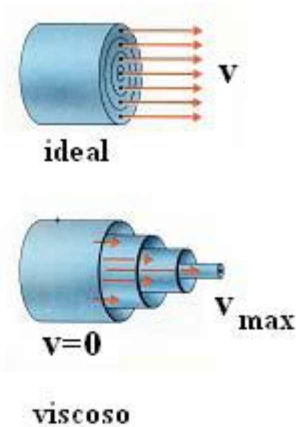


Debido a la viscosidad, en una tubería horizontal la presión disminuye a medida que el fluido avanza.

Si un fluido circula por una tubería de radio r y longitud **l**, la velocidad de la capa de fluido adyacente a la pared de la tubería es cero, a lo largo del eje central de la tubería la velocidad del fluido es máxima, v_{max}.

Perfil de velocidades





La velocidad media con la que se desplaza el fluido es:

$$\boxed{v_{med} = \tfrac{1}{2}\, v_{max}}$$

El caudal es:

$$\boxed{Q = A\, v_{med} = \tfrac{1}{2}\, A\, v_{max}}$$

Ley de Poiseuille

Consideremos un fluido que circula por un tubo, identifiquemos los factores significativos del caudal:

1. Debe existir una diferencia de presión en los extremos. **$Q \propto \Delta P$**
2. Q es inversamente proporcional a la longitud del tubo. **$Q \propto L^{-1}$**
3. Depende inversamente de η. **$Q \propto \eta^{-1}$**
4. Q es proporcional a la cuarta potencia del radio. **$Q \propto r^4$**

La relación entre Q, ΔP, L, η y r, la encontró Poiseuille, y se conoce como **ley de Poiseuille**:

$$Q = A\bar{v} = \frac{\pi r^4 \Delta P}{8 \eta L}$$

Ley de Poiseuille

Definiendo la **Resistencia Hidrodinámica** como:

$$\boxed{R_H = \frac{8\,\eta L}{\pi r^4}}$$

La ley de Poiseuille se puede escribir de la siguiente manera:

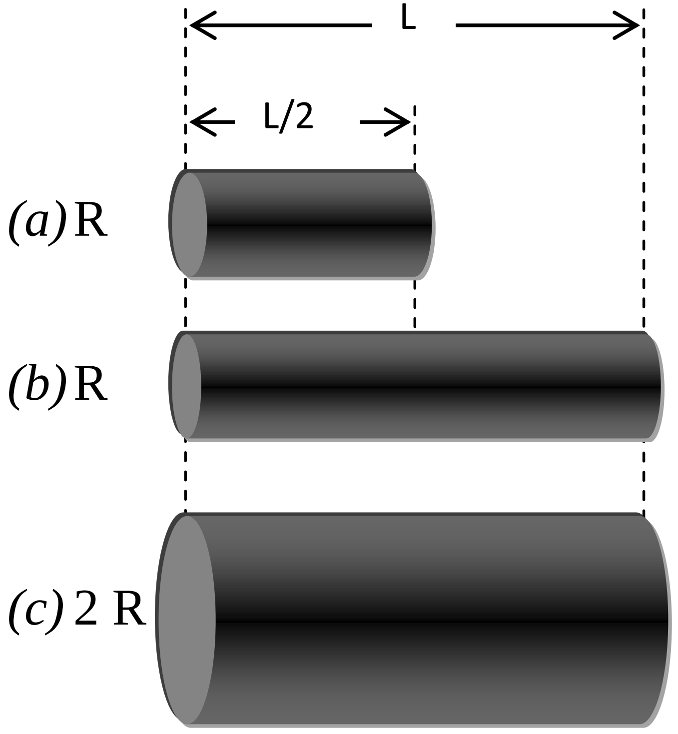
$$Q = \frac{\pi r^4 \Delta P}{8\eta L} \Rightarrow Q = \frac{1}{R_H}\Delta P$$

$$\boxed{\Delta P = R_H\, Q}$$

Ley de Poiseuille

Para cada uno de los tubos que se muestran en la figura fluye el mismo líquido. La diferencia de presión entre los extremos de los tubos es la misma. Mediante la ley de Poiseuille, clasifique los tubos en orden decreciente, según el caudal del fluido.

$$Q = \frac{\pi r^4 \Delta P}{8\eta L}$$



Como **$Q \propto R^4/L$**; entonces el caudal en cada caso es:

(a) $Q \propto 2\ R^4/L$

(b) $Q \propto R^4/L$

(c) $Q \propto 16\ R^4/L$

Finalmente, el orden es:

1° (c) 2° (a) 3° (b)

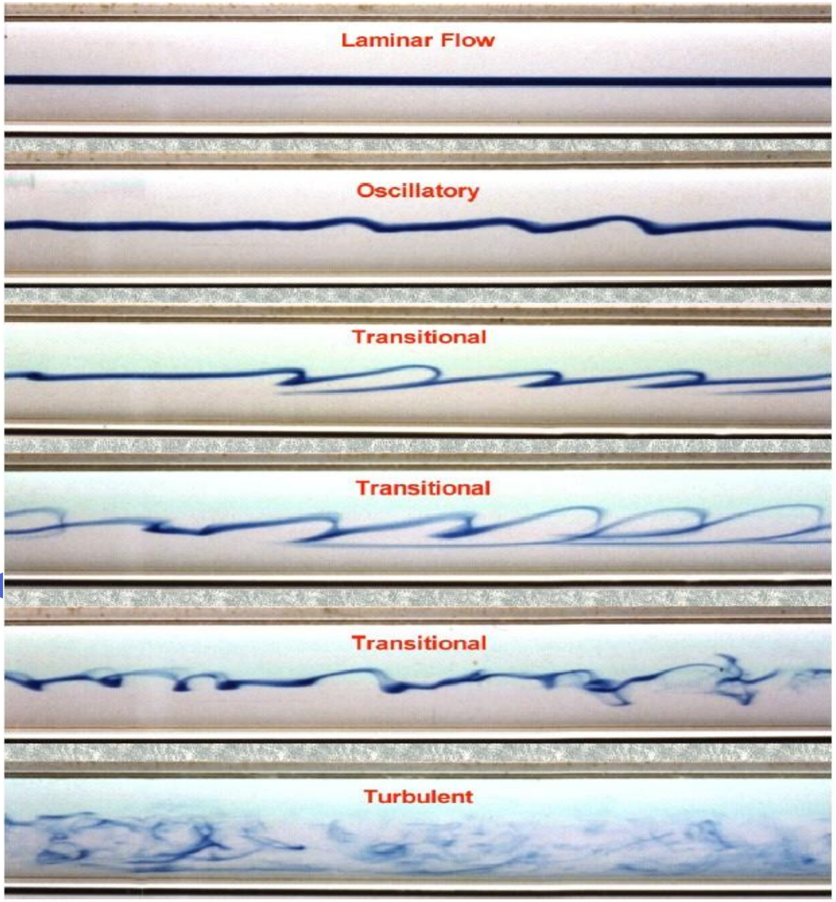
Número de Reynolds

El **Número de Reynolds**, utilizado para conocer las características del flujo en una tubería, se define como:

$$\boxed{N_R = \frac{2 r v_{med} \rho}{\eta}}$$

Empíricamente se verifica que si:

- ✓ $N_R < 2000$ **flujo es laminar**
- ✓ $2000 < N_R < 3000$ **flujo es inestable**
- ✓ $N_R > 3000$ **flujo es turbulento**



Resumen del cápitulo

- **Ecuación de Continuidad.** Si no existen fuentes ni sumideros, el caudal permanece constante.
- **Ecuación de Bernoulli.** Consecuencia del teorema del trabajo y la energía. Cuando la velocidad de un fluido es alta, la presión es baja, y viceversa.
- **Viscosidad.** Es una fuerza interna de fricción dentro de los fluidos.
- **Ley de Poiseuille.** En un fluido real, el caudal se origina en base a la diferencia de presión.
- **Numero de Reynolds:** Permite determinar si un flujo en un tubo será laminar o turbulento.